

UNIFESP – 19/12/2002

MATEMÁTICA

01. A soma dos termos que são números primos da seqüência cujo termo geral é dado por $a_n = 3n + 2$, para n natural, variando de 1 a 5, é

- a) 10. b) 16. c) 28. d) 33. e) 36.

Resolução:

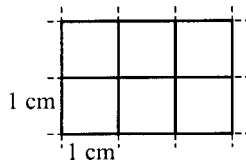
$$a_n = 3n + 2$$

$n \in \mathbb{N}$	e	$1 \leq n \leq 5$
para $n = 1$	\rightarrow	$a_1 = 5$
para $n = 2$	\rightarrow	$a_2 = 8$ (não é primo)
para $n = 3$	\rightarrow	$a_3 = 11$
para $n = 4$	\rightarrow	$a_4 = 14$ (não é primo)
para $n = 5$	\rightarrow	$a_5 = 17$

Logo a soma pedida será $S = 5 + 11 + 17$ **S = 33**

Alternativa D

02. Considere a malha quadriculada exibida pela figura, composta por 6 quadrículas de 1 cm de lado cada.



A soma das áreas de todos os possíveis retângulos determinados por esta malha é, em cm^2 ,

- a) 6. b) 18. c) 20. d) 34. e) 40.

Resolução:

n° de retângulos formados por 1 quadrado de 1 cm^2 cada $\Rightarrow 6$

n° de retângulos formados por 2 quadrados de 1 cm^2 cada $\Rightarrow 7$

n° de retângulos formados por 3 quadrados de 1 cm^2 cada $\Rightarrow 2$

n° de retângulos formados por 4 quadrados de 1 cm^2 cada $\Rightarrow 2$

n° de retângulos formados por 6 quadrados de 1 cm^2 cada $\Rightarrow 1$

Logo $S = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 40$

Alternativa E

03. A divisão de um polinômio $p(x)$ por um polinômio $k(x)$ tem $q(x) = x^3 + 3x^2 + 5$ como quociente e $r(x) = x^2 + x + 7$ como resto. Sabendo-se que o resto da divisão de $k(x)$ por x é 2, o resto da divisão de $p(x)$ por x é

- a) 10.
b) 12.
c) 17.
d) 25.
e) 70.

Resolução:

Da divisão polinomial, vem:

$$\begin{array}{l} f(x) \overline{) k(x)} \Rightarrow p(x) = k(x) \cdot q(x) + r(x) \\ r(x) \quad q(x) \quad p(x) = k(x) \cdot (x^3 + 3x^2 + 5) + (x^2 + x + 7) \end{array}$$

Como o resto da divisão de $k(x)$ por $(x - 0)$ é 2, a partir do teorema do resto: $k(0) = 2$.

O problema pede o resto da divisão de $p(x)$ por $(x - 0)$. Novamente, a partir do teorema do resto, o resto é $p(0)$.

Aplicando $x = 0$ na identidade polinomial acima:

$$\begin{aligned} p(x) &= k(x) \cdot (x^3 + 3x^2 + 5) + (x^2 + x + 7) \\ p(0) &= k(0) \cdot (0^3 + 3 \cdot 0^2 + 5) + (0^2 + 0 + 7) \\ p(0) &= 2 \cdot 5 + 7 = 17 \quad \therefore p(0) = 17 \end{aligned}$$

Alternativa C

04. Com relação à dengue, o setor de vigilância sanitária de um determinado município registrou o seguinte quadro, quanto ao número de casos positivos:

- em fevereiro, relativamente a janeiro, houve um aumento de 10% e
- em março, relativamente a fevereiro, houve uma redução de 10%.

Em todo o período considerado, a variação foi de

- a) -1%. b) -0,1%. c) 0%.
d) 0,1%. e) 1%.

Resolução:

Indicando o número de casos de dengue por N , temos:

Janeiro	N	} +10%
Fevereiro	$(1,1 \cdot N)$	
Março	$0,9(1,1N)$	} -10%

Avaliando a variação no período inteiro, vem:

Janeiro	N
Março	$0,99N$

Assim, houve uma **redução de 1%** ao longo dos dois meses.

Alternativa A

05. O corpo clínico da pediatria de um certo hospital é composto por 12 profissionais, dos quais 3 são capacitados para atuação junto a crianças que apresentam necessidades educacionais especiais. Para fins de assessoria, deverá ser criada uma comissão de 3 profissionais, de tal maneira que 1 deles, pelo menos, tenha a capacitação referida.

Quantas comissões distintas podem ser formadas nestas condições?

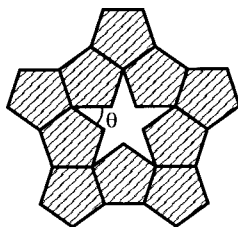
- a) 792. b) 494. c) 369.
d) 136. e) 108.

Resolução: Dos 12 profissionais, 3 são capacitados e 9 não são. Na questão solicitada, para que haja ao menos um funcionário capacitado, basta contabilizar o número total de comissões de 3 pessoas que podem ser formadas e excluir aquelas em que nenhum dos membros é capacitado. Assim:

$$C_{12,3} - C_{9,3} = \frac{12!}{3!9!} - \frac{9!}{3!6!} = 220 - 84 = 136$$

Alternativa D

06. Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura.



Nestas condições, o ângulo θ mede

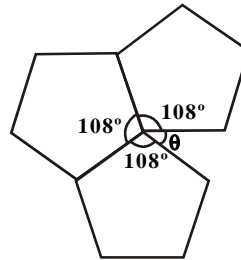
- a) 108° . b) 72° . c) 54° .
d) 36° . e) 18° .

Resolução:

No pentágono regular, temos:

$$\hat{e} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \Rightarrow \hat{i} = 180^\circ - \hat{e} = 108^\circ$$

Assim, na figura dada:



$$108^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \theta = 360^\circ$$

$$\therefore \theta = 36^\circ$$

Alternativa D

07. Tomam-se 20 bolas idênticas (a menos da cor), sendo 10 azuis e 10 brancas. Acondicionam-se as azuis numa urna **A** e as brancas numa urna **B**. Transportam-se 5 bolas da urna **B** para a urna **A** e, em seguida, transportam-se 5 bolas da urna **A** para a urna **B**. Sejam p a probabilidade de se retirar ao acaso uma bola branca da urna **A** e q a probabilidade de se retirar ao acaso uma bola azul da urna **B**.

Então:

- a) $p = q$.
b) $p = 2/10$ e $q = 3/10$.
c) $p = 3/10$ e $q = 2/10$.
d) $p = 1/10$ e $q = 4/10$.
e) $p = 4/10$ e $q = 1/10$.

Resolução:

Como, ao transportar 5 bolas da urna **B** para a **A**, só transportamos bolas brancas, temos:

Urna A: 10 bolas azuis e 5 bolas brancas

Urna B: 5 bolas brancas

Mas, ao transportarmos 5 bolas da urna **A** para a **B**, não sabemos quantas destas eram brancas e quantas eram azuis. Logo, sendo x o número de bolas brancas retiradas (onde $0 \leq x \leq 5$), podemos deduzir que o número de bolas azuis retiradas da urna é igual à $(5 - x)$ bolas, logo:

Urna A: $(5 + x)$ bolas azuis e $(5 - x)$ bolas brancas

Urna B: $(5 - x)$ bolas azuis e $(5 + x)$ bolas brancas

Agora, como $p = \frac{5 - x}{10}$ e $q = \frac{5 - x}{10}$, temos que

$$p = q = \frac{5 - x}{10}$$

Alternativa A

08. Seja $f: Z \rightarrow Z$ uma função crescente e sobrejetora, onde Z é o conjunto dos números inteiros. Sabendo-se que $f(2) = -4$, uma das possibilidades para $f(n)$ é
- $f(n) = 2(n - 4)$.
 - $f(n) = n - 6$.
 - $f(n) = -n - 2$.
 - $f(n) = n$.
 - $f(n) = -n^2$.

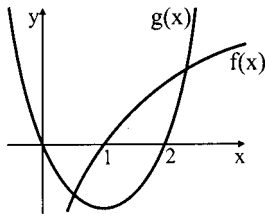
Resolução: Observando as alternativas exclui-se de imediato as alternativas **C** e **E**, pois não são funções crescentes.

Como $f(2) = -4$ exclui-se a alternativa **D**.

A alternativa **A** está excluída pois todas as suas imagens são pares logo a função não é sobrejetora.

A única função proposta que satisfaz as condições é a indicada pela alternativa **B**. **Alternativa B**

09. A figura representa os gráficos das funções $f(x) = \log_{10} x$ e $g(x) = x^2 - 2x$.



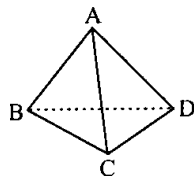
Pode-se afirmar que a equação $x^2 - 2x = \log_{10} x$

- não tem solução.
- tem somente uma solução.
- tem duas soluções positivas.
- tem duas soluções cujo produto é negativo.
- tem duas soluções cujo produto é nulo.

Resolução: Como podemos observar no gráfico, as soluções da equação $x^2 - 2x = \log_{10} x$ são as abscissas das interseções entre os gráficos $f(x) = \log_{10} x$ e $g(x) = x^2 - 2x$. Logo, temos uma solução entre 0 e 1 e outra solução maior que 2, portanto 2 soluções positivas. **Alternativa C**

10. Dois segmentos dizem-se reversos quando não são coplanares. Neste caso, o número de pares de arestas reversas num tetraedro, como o da figura, é

- 6.
- 3.
- 2.
- 1.
- 0.



Resolução: No tetraedro as arestas reversas são **AC** e **BD**; **AB** e **CD** e **AD** e **BC** portanto 3 pares. **Alternativa B**

11. Uma empresa brasileira tem 30% de sua dívida em dólares e os restantes 70% em euros. Admitindo-se uma valorização de 10% do dólar e uma desvalorização de 2% do euro, ambas em relação ao real, pode-se afirmar que o total da dívida dessa empresa, em reais,
- aumenta 8%.
 - aumenta 4,4%.
 - aumenta 1,6%.
 - diminui 1,4%.
 - diminui 7,6%.

Resolução:

A dívida inicial D pode ser decomposta em 2 partes:

$$D \begin{cases} 0,3 \cdot D \text{ (dívida em dólares)} \\ 0,7 \cdot D \text{ (dívida em euros)} \end{cases}$$

Com as mudanças no câmbio, os valores dessas partes passam a ser:

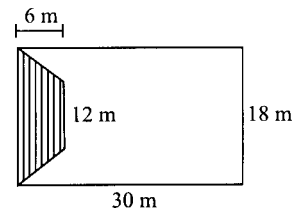
$$D \begin{cases} 0,3D \xrightarrow{+10\%} 1,1 \cdot 0,3D = 0,33D \\ 0,7D \xrightarrow{-2\%} 0,98 \cdot 0,7D = 0,686D \end{cases}$$

Logo, o total da dívida final é indicada pela soma:

$$0,33 + 0,686D = 1,016D$$

Finalmente, concluímos que houve uma majoração de 0,016 ou **1,6%** **Alternativa C**

12. Um comício deverá ocorrer num ginásio de esportes, cuja área é delimitada por um retângulo, mostrado na figura.



Por segurança, a coordenação do evento limitou a concentração, no local, a 5 pessoas para cada 2 m^2 de área disponível. Excluindo-se a área ocupada pelo palanque, com a forma de um trapézio (veja as dimensões da parte hachurada na figura), quantas pessoas, no máximo, poderão participar do evento?

- 2 700.
- 1 620.
- 1 350.
- 1 125.
- 1 050.

Resolução:

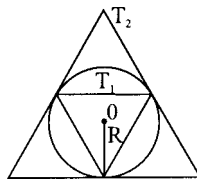
Pela figura obtemos que:

$$A_{\text{total}} = A_{\text{retângulo}} - A_{\text{trapézio}} = 30 \cdot 18 - \frac{(12 + 18)}{2} \cdot 6 = 540 - 90 = 450\text{m}^2$$

$$n^{\circ} \text{ de pessoas} = 450\text{m}^2 \cdot \frac{5 \text{ pessoas}}{2\text{m}^2} = 1125 \text{ pessoas.}$$

Alternativa D

13. Numa circunferência de raio $R > 0$ consideram-se, como na figura, os triângulos equiláteros T_1 , inscrito, e T_2 , circunscrito.



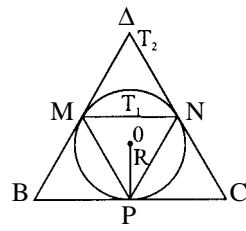
A razão entre a altura de T_2 e a altura de T_1 é

- a) 4.
- b) 3.
- c) $5/2$.
- d) $2\pi/3$.
- e) 2.

Resolução:

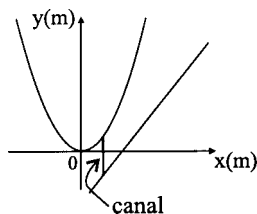
Os pontos M, N e P são pontos médios dos lados AB, AC e BC respectivamente logo a razão de proporcionalidade de T_2 para T_1 é

$$k = \frac{2}{1}. \text{ Como } \frac{h_2}{h_1} = k \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 2$$



Alternativa E

14. A figura representa, na escala 1:50, os trechos de dois rios: um descrito pela parábola $y = x^2$ e o outro pela reta $y = 2x - 5$.



De todos os possíveis canais retilíneos ligando os dois rios e construídos paralelamente ao eixo Oy, o de menor comprimento real, considerando a escala da figura, mede

- a) 200m.
- b) 250m.
- c) 300m.
- d) 350m.
- e) 400m.

Resolução:

$$d = \Delta y \Rightarrow d = x^2 - (2x - 5) \Rightarrow d = x^2 - 2x + 5$$

$$d_{\text{mín}} = y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4 - 20}{4(1)} = 4$$

Como a escola é 1:50 então o canal mede **200 m**.

Alternativa A

15. Uma indústria farmacêutica produz, diariamente, p unidades do medicamento X e q unidades do medicamento Y , ao custo unitário de r e s reais, respectivamente. Considere as matrizes M , 1×2 , e N , 2×1 :

$$M = [2p \ q] \quad \text{e} \quad N = \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix}$$

A matriz produto $M \cdot N$ representa o custo da produção de

- a) 1 dia.
- b) 2 dias.
- c) 3 dias.
- d) 4 dias.
- e) 5 dias.

Resolução:

O custo de produção diário da indústria pode ser representado pela matriz produto:

$$[p \ q] \cdot \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} = [pr \ qs]$$

Onde a 1ª matriz indica as quantidades produzidas de cada medicamento e a 2ª matriz representa os custos unitários na operação solicitada pelo enunciado:

$$M \cdot N = [2p \ q] \cdot \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix} = [2pr \ 2qs] = 2[pr \ qs]$$

Logo, o produto $M \cdot N$ indica o custo de produção referente a **2 dias** de funcionamento.

Alternativa B

COMENTÁRIO DA PROVA DE MATEMÁTICA

Por ser uma prova de conhecimentos gerais de Matemática, este exame atingiu a sua finalidade com questões claras, conceituais e de nível compatível com uma prova de 90 testes.